

MATEMATIKA 2  
Ispit

13. rujna 2013.  
**1. dio**

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

**Napomena:**

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | ukupno |
|---|---|---|---|---|--------|
|   |   |   |   |   |        |

1. (i) Što znači da je  $\int f(x)dx = F(x) + C$ ?  
Objasnite riječima i formulom. (2 boda)

(ii) Je li  $F(x) = e^{\sin x \cdot \cos x}$  primitivna funkcija funkcije  
 $f(x) = e^{\sin x \cdot \cos x} \cdot \cos 2x$ ? Obrazložite! (4 boda)

(iii) Odredite  $\int \ln x \cdot \cos x dx$  i provjerite rezultat. (4 boda)

2. (i) Geometrijski interpretirajte značenje  $\int_{-1}^2 (x^3 - 1)dx$ . (4 boda)

(ii) Procijenite integral iz (i) preciznim crtanjem. (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)

3. (i) Napišite formule za linearnu aproksimaciju funkcije dviju varijabli  $f$  oko  $(x_0, y_0)$ . (2 boda)

(ii) Primijenite formule iz (i) na funkciju  $f(x, y) = \sin(2x) + \cos(3y)$  oko  $(x_0, y_0) = (\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$ . (4 boda)

(iii) Napišite formule za prirast i približni prirast funkcije dviju varijabli ako se  $x$  promijeni za  $\Delta x$ , a  $y$  za  $\Delta y$ . Primijenite te formule na (ii). Posebno za  $\Delta x = 0.01$  i  $\Delta y = -0.02$ . (4 boda)

4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala  $\iint_D f(x, y) dx dy$  za pozitivnu funkciju  $f$  i područje ravnine  $D$ . (2 boda)

(ii) Problem iz (i) opišite ako je  $f(x, y) = 1$  i ako je  $D$  područje omeđeno krivuljama  $y = x^2 - x$  i  $y = -x^2 + 2x$ . Slika! (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (ii). (4 boda)

5. (i) Zapišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda i objasnite kako se rješava. (3 boda)

- (ii) Objasnite koje od sljedećih diferencijalnih jednadžbi jesu linearne prvog reda, a koje nisu:

(a)  $2x^2 - y^2 = 3y'$  (b)  $xyy' = 4 \sin x$  (c)  $y \sin x + y' = 0$  (d)  $\frac{y}{x} = y'$ .

Za linearne objasnite jesu li homogene ili nehomogene. (3 boda)

- (iii) Zapišite, objasnite i riješite Cauchyev problem titranja po pravcu. (4 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije  
Zavod za matematiku

---

MATEMATIKA 2  
Ispit

13. rujna 2013.  
**2. dio**

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

**Napomena:**

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

|   |   |   |   |   |               |
|---|---|---|---|---|---------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | <b>ukupno</b> |
|   |   |   |   |   |               |

1. Riješite integrale:

(i)  $\int_5^6 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-5}}$ , (2 boda)

(ii)  $\int_e^\infty \frac{dx}{x \ln^2 x}$ , (3 boda)

(ii)  $\int e^x \sin(2x) dx$ . (5 bodova)



2. Zadana je funkcija  $f(x, y) = \arcsin \frac{x}{y^2}$ .

(i) Skicirajte domenu funkcije  $f$ . (5 bodova)

(ii) Izračunajte prve parcijalne derivacije funkcije  $f$  u točki  $(0, 1)$ .  
(5 bodova)

3. Zadana je funkcija  $f(x, y) = \ln(xy^2) - \ln(x^2y) + 2xy + 4y$ .

(i) Odredite lokalne ekstreme funkcije  $f$ . (6 bodova)

(ii) Odredite jednadžbu tangencijalne ravnine na graf funkcije  $f$  u točki  $(1, 1, f(1, 1))$ . (4 boda)

4. (i) Izračunajte integral  $\int_0^2 dy \int_0^1 (x^2 + 2y) dx$ . (4 boda)

(ii) Prelaskom na polarne koordinate izračunajte dvostruki integral

$$\iint_S \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$$

gdje je  $S$  područje omeđeno krivuljom zadanom sa  $x^2 + y^2 = 4x$ .  
(6 bodova)

5. Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$y'' - 4y' + 4y = xe^{2x}.$$

(10 bodova)